

Погрешности при физических измерениях. Физические измерения

Физика, как точная экспериментальная наука, основывается на количественных данных наблюдений. Свойства физических объектов и явлений характеризуются физическими величинами. Числовое значение физической величины может быть найдено посредством *измерений*. *Измерение* – определение значения физической величины опытным путём с помощью средств измерений (технических средств или измерительных приборов). К техническим средствам относятся: линейка, измерительная лента, транспортир, мензурка, равновесие и др. Измерительные приборы: штангенциркуль, микрометр, весы, секундомер, динамометр, термометр, барометр и др.

Анализ экспериментальных данных, характеризующих значение физических величин, приводит к установлению или проверке физических законов и соотношений.

Цель выполняемых лабораторных работ – изучение физических явлений и законов, ознакомление с методами измерения физических величин.

Различают *прямые* и *косвенные измерения*.

Прямое измерение – нахождение числового значения искомой физической величины непосредственно средствами измерения. Например, линейные размеры предмета измеряют линейкой или штангенциркулем, атмосферное давление – барометром, силу тока – амперметром.

Косвенное измерение – нахождение числового значения искомой физической величины по формуле, связывающей её с другими физическими величинами, определяемые в результате прямых измерений.

Абсолютная и относительная погрешности

Результат измерения физической величины всегда отличается от её *истинного значения*, наиболее точно отражающего соответствующую физическую характеристику.

Действительное значение (результат измерения) – значение физической величины, найденное экспериментально.

При прямых измерениях отклонение действительного значения величины от её истинного значения вызывают следующие факторы:

1. ограниченная точность измерительного прибора, связанная с несовершенством его конструкции и определяемая ценой деления шкалы прибора;
2. непостоянство внешних условий опыта (например, колебания температуры и давление воздуха);
3. несовершенные действия экспериментатора (например, запаздывание включения секундомера, ошибочный отсчёт данных из-за несовпадения положения уровня глаз наблюдателя и делений на шкале прибора).

При косвенных измерениях отклонение действительного значения величины от её истинного значения является следствием таких факторов, как:

1. неточность метода измерений, т. е. идеализация условий протекания эксперимента (например, при изучении движения тела не учитывается сопротивление воздуха);
2. неполное соответствие исследуемого объекта используемой упрощённой физической модели (например, измеряемый брусок может не быть идеальным параллелепипедом из-за наличия закруглений на рёбрах и вершинах).

Точность измерения определяется близостью действительного значения физической величины к истинному. Отклонение результата измерения от истинного значения измеряемой величины называется *погрешностью измерений*. Качество измерений физической величины характеризуют *абсолютной погрешностью*.

Абсолютная погрешность при однократном прямом измерении равна приборной погрешности ($\Delta a = \Delta a_{пр}$). *Приборная* (экспериментальная) *погрешность* – погрешность средства измерения. Абсолютную погрешность выражают в единицах измеряемой величины. Чем меньше абсолютная погрешность измерения, тем точнее оно выполнено.

Любой прибор позволяет проводить измерения лишь с определённой точностью. Для средств измерения с линейной шкалой (линейка, измерительная лента, динамометр) приборная погрешность принимается равной половине цены деления шкалы. Для измерительных приборов с нониусом (штангенциркуль, микрометр) приборная погрешность равна половине цены деления шкалы. Для измерительных приборов с нониусом (штангенциркуль, микрометр) приборная погрешность равна цене деления нониуса. Секундомер имеет приборную погрешность, равна цене деления.

Результат однократного прямого измерения принято записывать в виде

$$a = a_{изм} \pm \Delta a \quad (1),$$

где $a_{изм}$ – измеренное значение физической величины a , $\Delta a = \Delta a_{пр}$.

Двойной знак $\pm$ перед абсолютной погрешностью означает, что истинное значение измеряемой величины лежит в интервале ($a_{изм} - \Delta a$, $a_{изм} + \Delta a$).

Относительная погрешность при однократном прямом измерении – безразмерная физическая величина, равна отношению абсолютной погрешности к измерённому значению физической величины.

$$\varepsilon = \frac{\Delta a}{a_{изм}}. \quad (2)$$

Точность измерений различных физических величин сравнивают по их относительным погрешностям. Чем меньше относительная погрешность, тем выше точность измерения.

Предположим, что расстояние от Земли до Солнца $l_1 = 1,5 \cdot 10^8$ км измеряется с абсолютной погрешностью $\Delta l_1 = 15$ км, а длина комнаты $l_2 = 10$ м – с абсолютной погрешностью $\Delta l_2 = 1$ мм. Относительная погрешность первого измерения $\varepsilon_1 = 10^{-7}$, а второго – $\varepsilon_2 = 10^{-4}$. Это означает, что точность первого измерения в 1000 раз больше, чем второго, так как

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{1}{1000}.$$

Погрешности при прямых измерениях физической величины

Точность результата прямого однократного измерения значения физической величины невелика вследствие двух погрешностей, которые невозможно полностью исключить в процессе опыта, - это *случайная* и *грубая погрешности*.

Случайная погрешность – погрешность, изменяющаяся случайным образом при повторных измерениях. Она называется непостоянством внешних условий и несовершенными действиями экспериментатора.

Грубая погрешность (промах) – погрешность, существенно превышающая ожидаемую при данных условиях. Грубая погрешность обусловлена ошибочным отсчётом или временной неисправностью измерительного прибора.

Для уменьшения влияния случайных факторов проводят многократные измерения данной физической величины. При этом результаты измерений, содержащих промахи, исключаются из дальнейшей обработки результатов.

В качестве действительного значения физической величины принимают среднее арифметическое значение измеряемой величины

$$a_{cp} = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}, \quad (3)$$

где n – число измерений.

Рассмотрим один из возможных вариантов измерений, когда проводят пять измерений случайно величины ($n = 5$).

Случайную погрешность (или погрешность среднего арифметического) оценивают как средний модуль отклонения результатов измерений от среднего арифметического значения a_{cp} :

$$\Delta a_{сл} = \frac{|a_1 - a_{cp}| + |a_2 - a_{cp}| + |a_3 - a_{cp}| + |a_4 - a_{cp}| + |a_5 - a_{cp}|}{5}. \quad (4)$$

Результирующая абсолютная погрешность Δa при прямых измерениях физической величины a учитывает как приборную $\Delta a_{пр}$, так и случайную $\Delta a_{сл}$ погрешность и находится как их сумма:

$$\Delta a = \Delta a_{сл} + \Delta a_{пр}. \quad (5)$$

Значение физической величины, полученное в результате прямого измерения, записывают в виде

$$a = a \pm \Delta a. \quad (6)$$

Относительная погрешность при прямых измерениях – безразмерная физическая величина, равная отношению абсолютной погрешности к среднему арифметическому значению измеряемой величины:

$$\varepsilon = \frac{\Delta a}{a_{cp}}. \quad (7)$$

Пример расчета погрешностей при прямых измерениях физической величины

Предположим, что с помощью штангенциркуля, имеющего цену деления нониуса 0,05 мм, нужно измерить длину l бруска. Для этого необходимо выполнить последовательно следующие действия.

I. Измерения проводятся пять раз для уменьшения случайной погрешности, а их результаты l_k ($k = 1, 2, \dots, 5$) последовательно заносятся в таблицу 1.

Т а б л и ц а 1

Последовательность действий	k	1	2	3	4	5
I	l_k , мм	30,25	30,3	30,25	30,35	30,25
II	l_{cp} , мм	30,28				
III	$ \Delta l_k = l_k - l_{cp} $, мм	0,03	0,02	0,03	0,07	0,03
IV	$\sum_{k=1}^5 \Delta l_k $, мм	0,18				

II. Рассчитывают среднее арифметическое значение l длины бруска по формуле (3), определяя тем самым действительное значение измеряемой величины. Для приведенных экспериментальных значений

$$l = \frac{30,25 + 30,3 + 30,25 + 30,35 + 30,25}{5} = 30,28 \text{ мм.}$$

III. Затем рассчитывают случайную погрешность измерения $\Delta l_{сл}$. Вычисляют модуль отклонения $|\Delta l_k| = |l_k - l_{cp}|$ каждого k -го измерения от среднего арифметического l_{cp} .

IV. Суммируют все $|\Delta l_k|$ и рассчитывают случайную погрешность по формуле (4):

$$\Delta l_{сл} = \frac{|\Delta l_1| + |\Delta l_2| + |\Delta l_3| + |\Delta l_4| + |\Delta l_5|}{5} = \frac{0,03 + 0,02 + 0,03 + 0,07 + 0,03}{5} = 0,036 \text{ мм.}$$

Приборная погрешность штангенциркуля равна цене деления нониуса, т.е.

$$\Delta l_{пр} = 0,05 \text{ мм} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ мм.}$$

При расчете абсолютной погрешности измерения длины приборная и случайная погрешности суммируются (см. формулу (5)):

$$\Delta l = \Delta l_{пр} + \Delta l_{сл} = 0,086 \text{ мм.}$$

Существуют определенные правила записи окончательного результата измерений физической величины. *Абсолютная погрешность приводится с одной значащей цифрой после запятой.* В рассматриваемом случае $\Delta l = 0,09$ мм. (Две значащие цифры необходимо сохранять, если первой значащей цифрой, характеризующей величину погрешности, будет 1 или 2.) Разряд последней значащей цифры среднего арифметического значения измеряемой величины должен совпадать с разрядом последней значащей цифры абсолютной погрешности. Поэтому окончательный результат измерения длины бруска следует представить в виде

$$l = (30,28 \pm 0,09) \text{ мм.}$$

Приведем два примера правильной записи результата измерения с различной точностью одной и той же физической величины. Предположим, что найдено среднее время падения шарика на землю с определенной высоты: $t = 17,756$ с. Абсолютная погрешность измерения в первом опыте оказалось равной $\Delta t_1 = 0,362$ с, а во втором – $\Delta t_2 = 0,1564$ с. Согласно правилам записи окончательного результата в первом опыте $t = (17,8 \pm 0,4)$ с, а во втором – $t = (17,76 \pm 0,16)$ с.

Расчет погрешностей при косвенных измерениях физической величины

При косвенном измерении значение физической величины находится по формуле, связывающей искомую величину с другими величинами. Среди них могут быть: физические величины, характеристики установки, справочные и табличные данные, универсальные постоянные.

Погрешность косвенно измеряемой величины зависит от погрешностей всех величин, входящих в расчетную формулу. Рассмотрим последовательно, как учитывать погрешности для каждого типа перечисленных величин.

Определение погрешностей величин, полученных при прямых измерениях, подробно обсуждалось выше.

Для справочных и табличных данных (если их погрешность не указана) погрешность составляет пять единиц разряда, следующего после последней значащей цифры. Например, указана плотность воды $\rho = 1,0$ г/см³. При таком значении абсолютная погрешность $\Delta \rho = 0,05$ г/см³. Если бы было задано $\rho = 1,00$ г/см³, то $\Delta \rho = 0,005$ г/см³.

Погрешность универсальных постоянных – погрешность округления их значений. Например, если для числа $\pi = 3,141593...$ взять значение 3,14, то его погрешность $\Delta \pi = 0,0016$. Если принять $\pi = 3,141$, то $\Delta \pi = 0,0006$ и т. д.

Многие табличные значения и универсальные постоянные представлены с большей точностью, и их погрешностью при использовании калькулятора можно пренебречь.

В таблице 2 представлены выражения для расчета относительной погрешности ε физической величины x , измеряемой косвенно и зависящей от величин a и b , имеющих абсолютные погрешности Δa и Δb .

Т а б л и ц а 2

№	x	$\varepsilon = \frac{\Delta x}{x_{cp}}$
1	$C(a + b)$	$\frac{\Delta a + \Delta b}{a_{cp} + b_{cp}}$
2	$C(a - b)$	$\frac{\Delta a + \Delta b}{a_{cp} - b_{cp}}$
3	$C \cdot ab$ $C \cdot \frac{a}{b}$	$\frac{\Delta a}{a_{cp}} + \frac{\Delta b}{b_{cp}}$
4	$C \cdot a^k \cdot b^n$	$\frac{k\Delta a}{a_{cp}} + \frac{n\Delta b}{b_{cp}}$

Абсолютная погрешность Δx величины x находится по формуле $\Delta x = x_{cp}\varepsilon$

Окончательный результат записывают в виде $x = x_{cp} \pm \Delta x$.

Пример расчета погрешностей при косвенных измерениях физической величины

Горизонтальная начальная скорость шарика, движущегося под действием силы тяжести, находится из формулы

$$v_0 = l \sqrt{\frac{g}{2h}}.$$

Высота $h = (294 \pm 1)$ мм относится к данным установки. Дальность полета $l = (52 \pm 4)$ см находится по результату пяти прямых измерений. Погрешностью ускорения свободного падения $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ можно пренебречь, считая g константой. Действительное значение скорости v_0 можно найти, подставив в расчетную формулу средние значения входящих в нее величин:

$$v_0 = 0,52 \cdot \sqrt{\frac{9,81}{2 \cdot 0,294}} = 2,12 \text{ м/с}.$$

Относительную погрешность скорости найдем по формуле (4) (см. табл. 2). В нашем случае $C = \sqrt{g/2}$, $a = l$, $b = h$, $k = 1$, $n = 1/2$. Следовательно,

$$\varepsilon = \frac{\Delta v_0}{v_{0 \text{ ср}}} = \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta h}{2h}.$$

Подставляя числовые данные, получаем

$$\varepsilon = \frac{4}{54} + \frac{1}{2 \cdot 294} = 0,079.$$

Абсолютная погрешность скорости

$$\Delta v_0 = v_{\text{ср}} \varepsilon = 0,1667 \text{ м/с}.$$

В соответствии с правилами округления величины окончательный результат запишем в виде

$$v_0 = (2,12 \pm 0,17) \text{ м/с}.$$